

1. Đặt vấn đề:

Học phần Toán rời rạc là một học phần cơ bản trong các chuyên ngành của Công nghệ thông tin, giúp cho học sinh có những khái niệm về lý thuyết toán ứng dụng trong tin học. Trong đó lý thuyết về Đại số Bool chính là nền tảng của lý thuyết toán rời rạc vì chỉ làm việc trên hai con số là 0 và 1. Một trong những yêu cầu bài toán đặt ra với đại số Bool là cho trước một hàm Bool, làm sao để tối thiểu hóa được hàm này giúp cho việc minh họa, thiết kế trên các mạch logic được gọn nhẹ (sử dụng số lượng cổng logic ít nhất), và một trong những phương pháp để tìm ra công thức tối thiểu đó là thuật toán dùng biểu đồ Karnaugh.

Đối với sinh viên bậc đào tạo Cao đẳng của khoa Công nghệ thông tin, trường Cao đẳng kỹ thuật Lý Tự Trọng thì học phần Toán rời rạc được học vào học kỳ I của năm thứ nhất. Môn học này không những đòi hỏi sinh viên phải có kiến thức cơ bản về Toán học mà còn đòi hỏi sự tư duy, lập luận chính xác. Tuy nhiên, theo thống kê kết quả học tập của các năm học thì môn học này là một trong những môn mà sinh viên trả nợ học phần nhiều nhất. Ngoài những lý do như học lực sinh viên yếu, nội dung môn học còn khó thì cách truyền đạt để sinh viên lĩnh hội được kiến thức cũng là một vấn đề.

Trong những năm dạy học phần Toán rời rạc cho sinh viên hệ Cao đẳng, tác giả thấy khi làm bài kiểm tra định kỳ hay cuối kỳ, sinh viên đều bị mất điểm rất nhiều vào bài toán tìm công thức đa thức tối thiểu, do sinh viên vận dụng thuật toán chưa chính xác dẫn đến kết quả thiếu hoặc sai. Đề tài sáng kiến kinh nghiệm này tập trung vào việc giúp sinh viên giải bài toán tối thiểu hóa hàm Bool bằng phương pháp biểu đồ Karnaugh - một trong những nội dung chính của học phần Toán rời rạc – một cách có hiệu quả.

Nội dung của đề tài liên quan đến kiến thức về chương II Đại số Bool trong học phần Toán rời rạc, trong đó bài toán tìm công thức đa thức tối thiểu được cho bởi

một hàm Bool cho trước là bài toán chính của chương, bài toán này không những yêu cầu đối với sinh viên cao đẳng, đại học còn là một phần trong đề thi đầu vào của kỳ thi liên thông đại học hay cao học. Đề tài có sử dụng kiến thức về cây nhị phân trong tin học. Đây là một dạng cấu trúc dữ liệu được sử dụng trong lập trình bởi một số đặc điểm như tìm kiếm nhanh, tạo và duyệt cây đơn giản.

2. Nội dung:

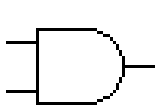
2.1 Bài toán: Hãy thiết kế mạch logic cho hàm Bool 4 biến sau:

$$f(x, y, z, t) = x y \bar{z} + \bar{y} (\bar{x} z + \bar{z} \bar{t}) + x \bar{y} (z t + \bar{z})$$

Ta khai triển được công thức tương đương :

$$f(x, y, z, t) = x y \bar{z} + \bar{x} \bar{y} z + \bar{y} \bar{z} \bar{t} + x \bar{y} z t + x \bar{y} \bar{z}$$

Sử dụng các cổng logic:



Cổng And (cổng nhân)

Đầu vào: x,y

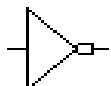
Đầu ra: x.y



Cổng Or (cổng cộng)

Đầu vào: x,y

Đầu ra: x+y



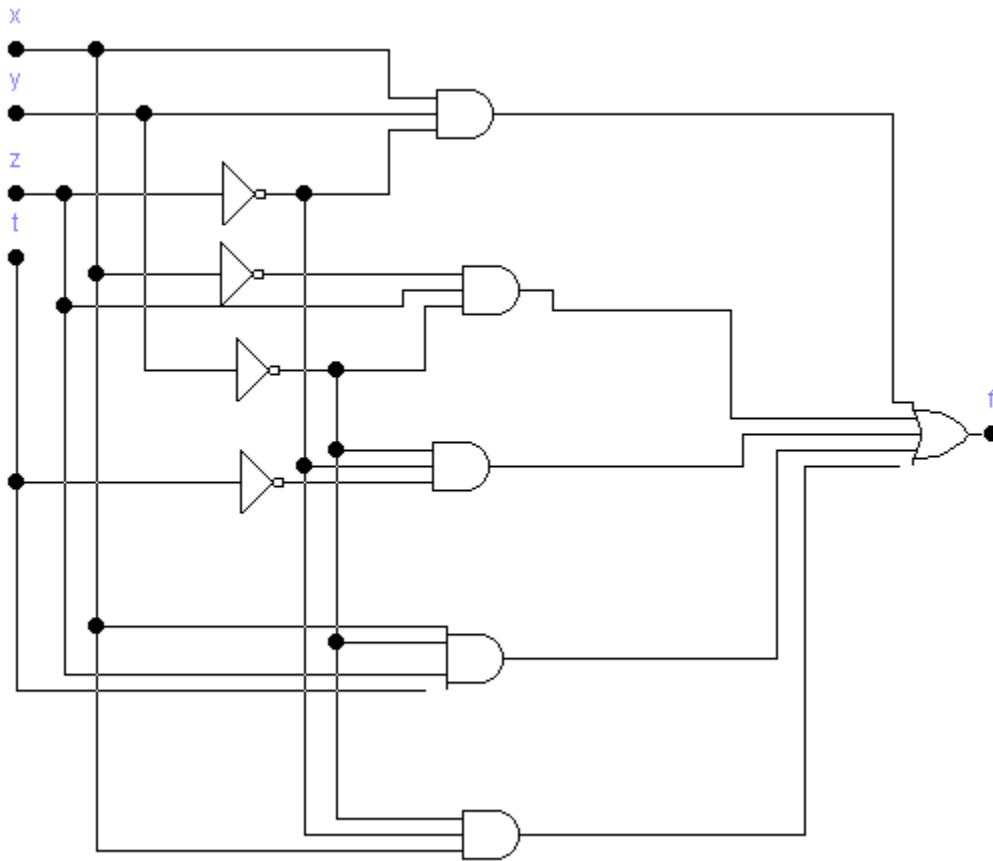
Cổng Not (cổng đảo)

Đầu vào: x

Đầu ra: $\bar{x}$

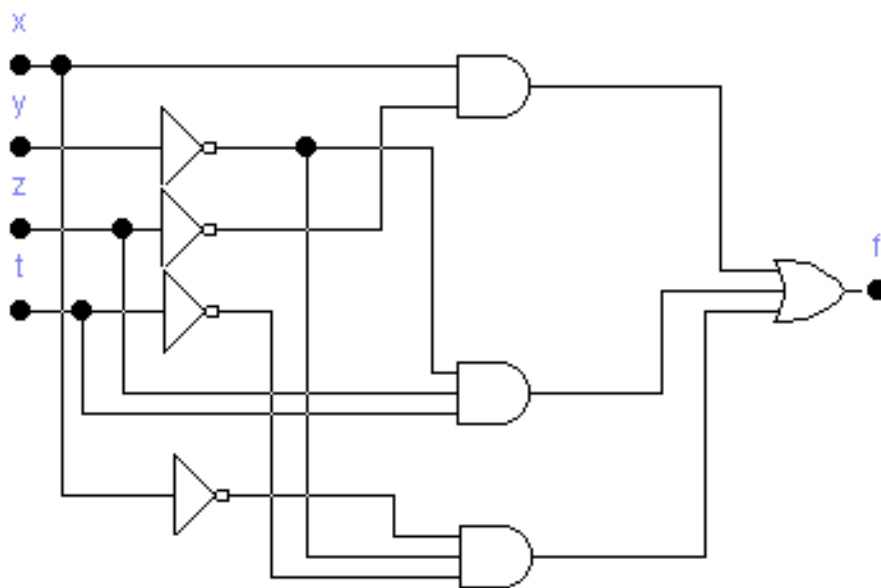
Với các cổng logic trên, mạch được thiết kế như sau:

$$f(x, y, z, t) = x y \bar{z} + \bar{x} \bar{y} z + \bar{y} \bar{z} \bar{t} + x \bar{y} z t + x \bar{y} \bar{z}$$



Tuy nhiên nếu ta rút gọn hàm Bool trên trước thì sơ đồ sẽ được thiết kế như sau:

$$f(x, y, z, t) = x \bar{z} + \bar{x} \bar{y} \bar{t} + \bar{y} z t$$



Ta thấy cả hai mạch logic trên là tương đương nhau (chức năng giống hệt nhau), nhưng mạch thứ hai đơn giản và gọn hơn nhiều. Lý do là ta đã rút gọn hàm bool ban đầu.

Vậy vấn đề đặt ra là cho trước một hàm Bool, làm sao rút gọn được hàm Bool đã cho một cách tối giản (không còn rút gọn được nữa). Một trong những phương pháp để thực hiện điều này là áp dụng thuật toán biểu đồ Karnaugh.

2.2. Thuật toán biểu đồ Karnaugh

Thuật toán:

Bước 1: Tìm và liệt kê ra các tế bào tối đại của bảng Karnaugh f.

Bước 2: Tìm một tập hợp gồm một số tối thiểu các tế bào tối đại của f sao cho các tế bào này phủ được f, gồm các bước con sau

Bước 2.1: Nếu tồn tại một ô chỉ thuộc một tế bào tối đại thì chọn tế bào này (đây là những tế bào tối đại buộc phải chọn để có thể phủ được f). Lập lại bước này cho phần còn lại của bảng cho đến khi không có ô nào có tính chất trên.

Bước 2.2: Nếu các tế bào tối đại đã được chọn ở bước trên phủ được f thì qua bước 3 và ta có một tập hợp duy nhất các tế bào tối đại phủ f . Ngược lại, thì tiếp tục bước 2.3.

Bước 2.3: Tại một ô chưa được phủ bởi các tế bào tối đại đã được chọn, xét các cách chọn tế bào tối đại khác nhau phủ ô này. Ứng với mỗi cách, lập lại bước này cho đến khi tập hợp các tế bào tối đại đã chọn phủ được f .

Bước 3: Nếu chỉ có một tập hợp tế bào T duy nhất phủ được f thì ta có một công thức đa thức tối tiểu duy nhất của hàm Bool f , đó là tổng của tất cả các đơn thức tương ứng của các tế bào trong T . Ngược lại, nếu có nhiều tập hợp tế bào khác nhau phủ được f thì ta có nhiều công thức mà không có công thức nào khác đơn giản hơn nó. Cuối cùng, ta được các công thức đa thức tối tiểu của hàm Bool f .

Ví dụ 1:

Tìm công thức đa thức tối tiểu của hàm Bool 4 biến sau:

$$f_1(x,y,z,t) = z\bar{t} + \bar{y}z + y\bar{z}t + xy\bar{z} + xy\bar{t} + x\bar{y}zt.$$

Ta có bảng Karnaugh tương ứng như sau:

	$\bar{z}$	z	$\bar{z}$	z	
$\bar{x}$			1	2	$\bar{y}$
$\bar{x}$		3		4	y
x	5	6		7	y
x			8	9	$\bar{y}$
	$\bar{t}$	t	t	$\bar{t}$	

Bước 1: Tìm các tế bào tối đại

Các tế bào tối đại là:

			2
			4
			7
			9

$$T1: (2,4,7,9) = z \bar{t}$$

5	6		

$$T2: (1,2,8,9) = \bar{y} z$$

	3		
	6		

$$T3: (3,6) = y \bar{z} t$$

5	6		

$$T4: (5,6) = x y \bar{z}$$

5			7

$$T5: (5,7) = x y \bar{t}$$

Bước 2:

Bước 2.1: Chọn tế bào nhất thiết phải chọn

Ô 4 chỉ thuộc T1 => chọn T1.

Ô 8 chỉ thuộc T2 => chọn T2.

Ô 3 chỉ thuộc T3 => chọn T3.

Bước 2.2: Sau bước này, các tế bào đã chọn chưa phủ kín bảng Karnaugh của f (còn ô 5) nên qua bước 2.3.

Bước 2.3: Chọn các ô chưa được phủ

Chọn ô 5 có cách chọn là T4 hay T5

Th1: Nếu chọn T4 => T = {T1, T2, T3, T4} đã phủ kín Kar(f)

$$\text{Nên } f(x,y,z,t) = z \bar{t} + \bar{y} z + y \bar{z} t + x y \bar{z} \quad (1).$$

Th2: Nếu chọn T5 => T = {T1, T2, T3, T5} đã phủ kín Kar(f)

$$\text{Nên } f(x,y,z,t) = z\bar{t} + \bar{y}z + y\bar{z}t + x y \bar{t} \quad (2).$$

Bước 3: Ta thấy cả hai công thức đều đơn giản như nhau

Vậy có hai công thức đa thức tối thiểu là:

$$f_1(x,y,z,t) = z\bar{t} + \bar{y}z + y\bar{z}t + x y \bar{z}$$

$$f_2(x,y,z,t) = z\bar{t} + \bar{y}z + y\bar{z}t + x y \bar{t}$$

Nhân xét: với bài toán này thì sau bước 2.1. Chỉ còn duy nhất một ô chưa được phủ nên số trường hợp chỉ là 2, do đó dễ phân chia trường hợp và cho ra kết quả.

Tuy nhiên khi số ô chưa được phủ từ 2 trở lên, thì số trường hợp phát sinh tăng lên đáng kể. Ta xem ví dụ 2.

Ví dụ 2:

Tìm công thức đa thức tối thiểu của hàm Bool 4 biến sau:

$$f(x, y, z, t) = x y \bar{z} + \bar{y}(\bar{x}z + \bar{z}\bar{t}) + x \bar{y}(z t + \bar{z})$$

Ta có:

$$f(x, y, z, t) = x y \bar{z} + \bar{y}(\bar{x}z + \bar{z}\bar{t}) + x \bar{y}(z t + \bar{z})$$

$$\Leftrightarrow f(x, y, z, t) = x y \bar{z} + \bar{x} \bar{y} z + \bar{y} \bar{z} \bar{t} + x \bar{y} z t + x \bar{y} \bar{z}$$

Bước 1: Tìm các tế bào tối đại.

	x	x	$\bar{x}$	$\bar{x}$	
z				1	$\bar{t}$
z	2			3	t
$\bar{z}$	4	5			t
$\bar{z}$	6	7		8	$\bar{t}$
	$\bar{y}$	y	y	$\bar{y}$	

Các tế bào tối đại:

	x	x	$\bar{x}$	$\bar{x}$	
z				1	$\bar{t}$
z	2			3	t
$\bar{z}$	4	5			t
$\bar{z}$	6	7		8	$\bar{t}$
	$\bar{y}$	y	y	$\bar{y}$	

$$T1 = x \bar{z}$$

	x	x	$\bar{x}$	$\bar{x}$	
z				1	$\bar{t}$
z	2			3	t
$\bar{z}$	4	5			t
$\bar{z}$	6	7		8	$\bar{t}$
	$\bar{y}$	y	y	$\bar{y}$	

$$T2 = \bar{x} \bar{y} z$$

	x	x	$\bar{x}$	$\bar{x}$	
z				1	$\bar{t}$
z	2			3	t
$\bar{z}$	4	5			t
$\bar{z}$	6	7		8	$\bar{t}$
	$\bar{y}$	y	y	$\bar{y}$	

$$T3 = x \bar{y} t$$

	x	x	$\bar{x}$	$\bar{x}$	
z				1	$\bar{t}$
z	2			3	t
$\bar{z}$	4	5			t
$\bar{z}$	6	7		8	$\bar{t}$
	$\bar{y}$	y	y	$\bar{y}$	

$$T4 = \bar{y} z t$$

	x	x	$\bar{x}$	$\bar{x}$	
z				1	$\bar{t}$
z	2			3	t
$\bar{z}$	4	5			t
$\bar{z}$	6	7		8	$\bar{t}$
	$\bar{y}$	y	y	$\bar{y}$	

$$T5 = \bar{y} \bar{z} \bar{t}$$

	x	x	$\bar{x}$	$\bar{x}$	
z				1	$\bar{t}$
z	2			3	t
$\bar{z}$	4	5			t
$\bar{z}$	6	7		8	$\bar{t}$
	$\bar{y}$	y	y	$\bar{y}$	

$$T6 = \bar{x} \bar{y} \bar{t}$$

Bước 2: Các tế bào tối đại nhất thiết phải chọn:

Bước 2.1: Chọn tế bào nhất thiết phải chọn

Ô (5) chỉ thuộc tế bào T1 => Chọn T1.

Bước 2.2: Sau bước này, các tế bào đã chọn chưa phủ kín bảng Karnaugh của f (còn các ô 1, 2, 3, 8) nên qua bước 2.3.

Bước 2.3: Chọn các ô chưa được phủ

Chọn Ô (1): Có hai cách chọn là T2 hay T6

Th1: Nếu chọn T2: $T = \{T1, T2\}$ còn các ô chưa phủ (2, 8)

Chọn ô 2 có 2 cách chọn là T3 hay T4

1.1. Nếu chọn T3: $T = \{T1, T2, T3\}$ còn các ô chưa phủ là (8)

Chọn ô 8 có 2 cách chọn là T5 hay T6

1.1.1 Nếu chọn T5: $T = \{T1, T2, T3, T5\}$ đã phủ kín Kar(f)

$$f(x, y, z, t) = x \bar{z} + \bar{x} \bar{y} z + x \bar{y} t + \bar{y} \bar{z} \bar{t} \quad (1)$$

1.1.2. Nếu chọn T6: $T = \{T1, T2, T3, T6\}$ đã phủ kín Kar(f)

$$f(x, y, z, t) = x \bar{z} + \bar{x} \bar{y} z + x \bar{y} t + \bar{x} \bar{y} \bar{t} \quad (2)$$

1.2. Nếu chọn T4: $T = \{T1, T2, T4\}$ còn các ô chưa phủ là (8)

Chọn ô 8 có 2 cách chọn là T5 hay T6

1.2.1. Nếu chọn T5: $T = \{T1, T2, T4, T5\}$ đã phủ kín Kar(f)

$$f(x, y, z, t) = x \bar{z} + \bar{x} \bar{y} z + \bar{y} z t + \bar{y} \bar{z} \bar{t} \quad (3)$$

1.2.2. Nếu chọn T6: $T = \{T1, T2, T4, T6\}$ đã phủ kín Kar(f)

$$f(x, y, z, t) = x \bar{z} + \bar{x} \bar{y} z + \bar{y} z t + \bar{x} \bar{y} \bar{t} \quad (4)$$

Th2: Nếu chọn T6: $T = \{T1, T6\}$ còn các ô chưa phủ là (2, 3)

Chọn ô 2 có 2 cách chọn là T3 hay T4

2.1. Nếu chọn T3: $T = \{T1, T6, T3\}$ còn các ô chưa phủ là (3)

Chọn ô 3 có 2 cách chọn là T2 hay T4.

2.1.1. Nếu chọn T2: $T = \{T1, T6, T3, T2\}$ đã phủ kín Kar(f)

$$f(x, y, z, t) = x \bar{z} + \bar{x} \bar{y} \bar{t} + x \bar{y} t + \bar{x} \bar{y} z \quad (5)$$

2.1.2. Nếu chọn T4: $T = \{T1, T6, T3, T4\}$ đã phủ kín Kar(f)

$$f(x, y, z, t) = x \bar{z} + \bar{x} \bar{y} \bar{t} + x \bar{y} t + \bar{y} z t \quad (6)$$

2.2. Nếu chọn T4: $T = \{T1, T6, T4\}$ đã phủ kín $Kar(f)$

$$f(x, y, z, t) = x \bar{z} + \bar{x} \bar{y} \bar{t} + \bar{y} z t \quad (7)$$

Vậy ta có 7 công thức sau:

$$f(x, y, z, t) = x \bar{z} + \bar{x} \bar{y} z + x \bar{y} t + \bar{y} \bar{z} \bar{t} \quad (1)$$

$$f(x, y, z, t) = x \bar{z} + \bar{x} \bar{y} z + x \bar{y} t + \bar{x} \bar{y} \bar{t} \quad (2)$$

$$f(x, y, z, t) = x \bar{z} + \bar{x} \bar{y} z + \bar{y} z t + \bar{y} \bar{z} \bar{t} \quad (3)$$

$$f(x, y, z, t) = x \bar{z} + \bar{x} \bar{y} z + \bar{y} z t + \bar{x} \bar{y} \bar{t} \quad (4)$$

$$f(x, y, z, t) = x \bar{z} + \bar{x} \bar{y} \bar{t} + x \bar{y} t + \bar{x} \bar{y} z \quad (5)$$

$$f(x, y, z, t) = x \bar{z} + \bar{x} \bar{y} \bar{t} + x \bar{y} t + \bar{y} z t \quad (6)$$

$$f(x, y, z, t) = x \bar{z} + \bar{x} \bar{y} \bar{t} + \bar{y} z t \quad (7)$$

Bước 3: Ta thấy công thức 7 là công thức đơn giản nhất.

Vậy có duy nhất một công thức đa thức tối thiểu là:

$$f(x, y, z, t) = x \bar{z} + \bar{x} \bar{y} \bar{t} + \bar{y} z t$$

Nhận xét: khi làm bài sinh viên thường bị gây rối ở bước 2.3. Nếu chỉ có một hay hai ô chưa được phủ, khi đó số trường hợp phân chia ít thì sinh viên còn làm được và cho ra kết quả. Nhưng khi số ô chưa được phủ tăng lên và số trường hợp phân chia nhiều như ví dụ trên thì sinh viên làm không đúng, thường là thiếu trường hợp hay các trường hợp bị trùng lặp.

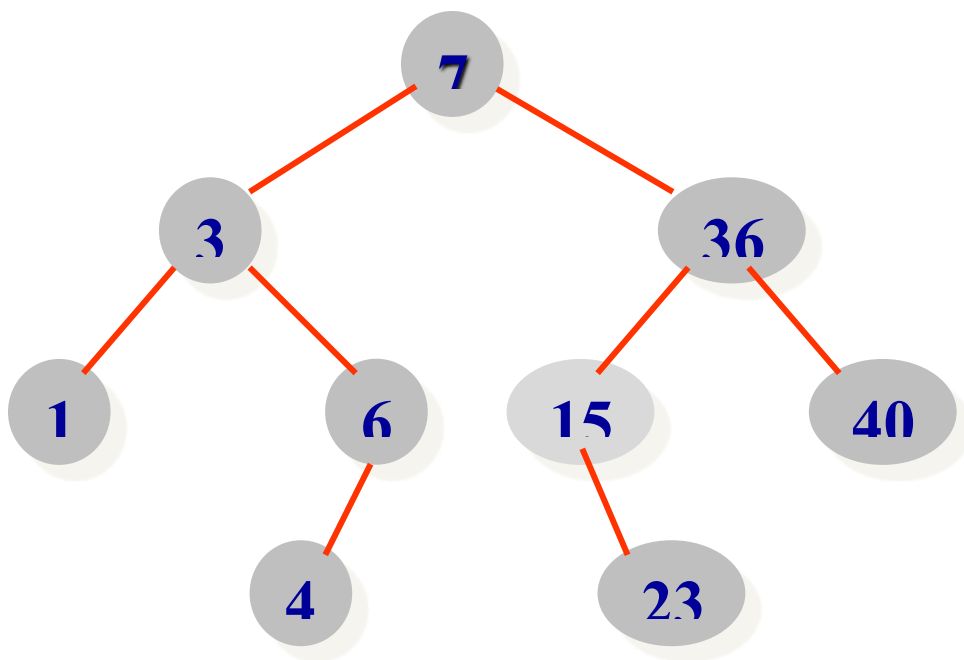
Hơn nữa việc phân chia trường hợp như vậy sẽ khó kiểm soát các phủ không tối thiểu (là phủ dư thừa, khi ta bỏ một tế bào tối đại nào đó thì các tế bào còn lại vẫn phủ kín $Kar(f)$)

Giải pháp: Ta thấy, ứng với mỗi trường hợp để chọn 1 ô chưa được phủ, thì có hai khả năng xảy ra. Điều này làm ta liên tưởng đến cấu trúc của cây nhị phân. Thật vậy, cây nhị phân là một cây mà tại mỗi vị trí của một node nào đó trên cây

chỉ có tối đa hai cây con. Do đó ta có thể áp dụng cây nhị phân cho bước 2.3 khi phân chia trường hợp

Cây nhị phân là cây rỗng hoặc là cây mà mỗi nút có tối đa hai nút con. Hơn nữa các nút con của cây được phân biệt thứ tự rõ ràng, một nút con gọi là nút con trái và một nút con gọi là nút con phải. Ta qui ước vẽ nút con trái bên trái nút cha và nút con phải bên phải nút cha, mỗi nút con được nối với nút cha của nó bởi một đoạn thẳng.

Ví dụ:



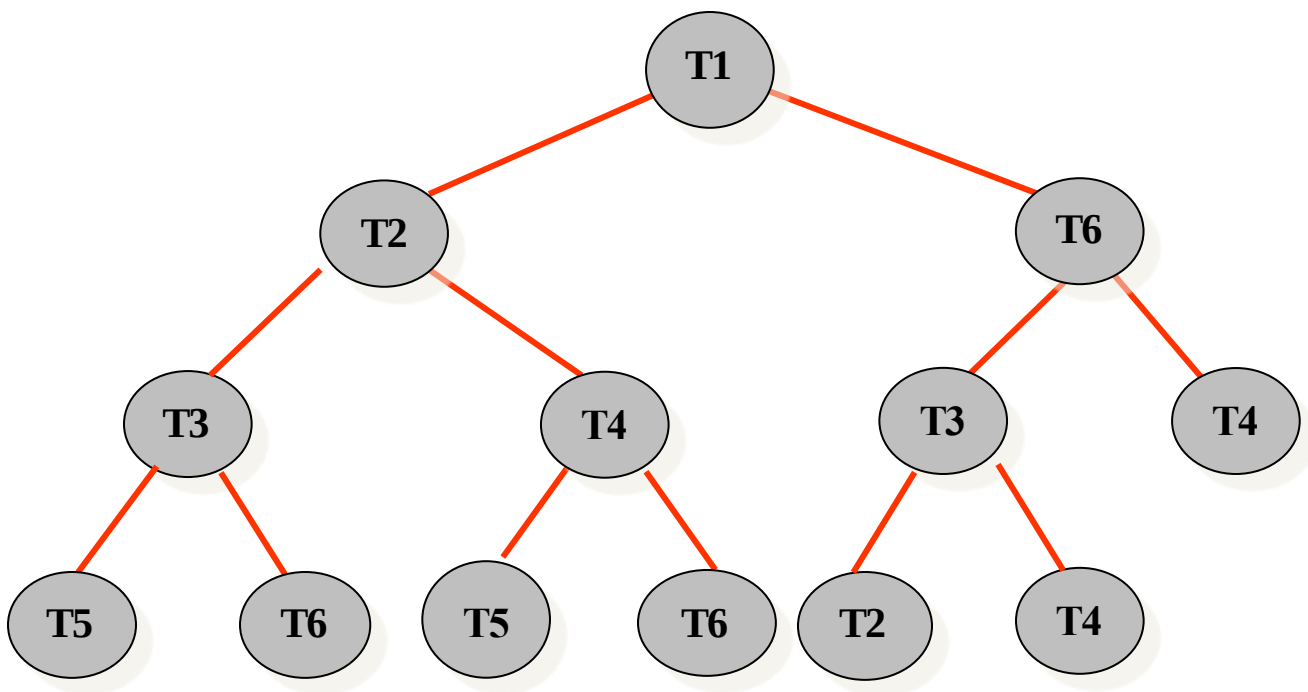
Độ dài đường đi từ gốc đến nút x: là số nhánh cần đi qua kể từ gốc đến x.

Áp dụng cây nhị phân trong việc phân chia trường hợp:

Bắt đầu từ node gốc là các tế bào tối đại bắt buộc phải chọn, ta lần lượt chọn một ô chưa được phủ bằng cách chọn hai cây con tương ứng bên trái và bên phải của node đang xét. Cứ tiếp tục chọn hai cây con trái và phải nếu còn ô chưa được phủ cho đến khi hết các trường hợp

Dựa vào hình dáng của cây, chọn những nhánh có đường đi ngắn nhất từ node gốc đến node lá và so sánh các công thức này, loại bỏ các nhánh có đường đi dài hơn. Từ đó ta có công thức đa thức tối ưu

Ví dụ: áp dụng phân chia trường hợp của bước 2.3 trên theo cây nhị phân
Node gốc ban đầu là T1 , các ô còn lại được chọn theo sơ đồ cây nhị phân như sau:



Dựa vào hình dáng của cây, ta thấy nhánh {T1, T6, T4} có đường đi là ngắn nhất nên có duy nhất một công thức đa thức tối ưu là:

$$f(x, y, z, t) = x \bar{z} + \bar{x} \bar{y} \bar{t} + \bar{y} z t$$

2.3 Đánh giá

Xem lại bước 2,3 nếu không dùng cây nhị phân

Bước 2.3: Chọn các ô chưa được phủ

Chọn Ô (1): Có hai cách chọn là T2 hay T6

Th1: Nếu chọn T2: $T = \{T1, T2\}$ còn các ô chưa phủ (2, 8)

Chọn ô 2 có 2 cách chọn là T3 hay T4

1.1. Nếu chọn T3: $T = \{T1, T2, T3\}$ còn các ô chưa phủ là (8)

Chọn ô 8 có 2 cách chọn là T5 hay T6

1.1.1 Nếu chọn T5: $T = \{T1, T2, T3, T5\}$ đã phủ kín $Kar(f)$

$$f(x, y, z, t) = x \bar{z} + \bar{x} \bar{y} z + x \bar{y} t + \bar{y} \bar{z} \bar{t} \quad (1)$$

1.1.2. Nếu chọn T6: $T = \{T1, T2, T3, T6\}$ đã phủ kín $Kar(f)$

$$f(x, y, z, t) = x \bar{z} + \bar{x} \bar{y} z + x \bar{y} t + \bar{x} \bar{y} \bar{t} \quad (2)$$

1.2. Nếu chọn T4: $T = \{T1, T2, T4\}$ còn các ô chưa phủ là (8)

Chọn ô 8 có 2 cách chọn là T5 hay T6

1.2.1. Nếu chọn T5: $T = \{T1, T2, T4, T5\}$ đã phủ kín $Kar(f)$

$$f(x, y, z, t) = x \bar{z} + \bar{x} \bar{y} z + \bar{y} z t + \bar{y} \bar{z} \bar{t} \quad (3)$$

1.2.2. Nếu chọn T6: $T = \{T1, T2, T4, T6\}$ đã phủ kín $Kar(f)$

$$f(x, y, z, t) = x \bar{z} + \bar{x} \bar{y} z + \bar{y} z t + \bar{x} \bar{y} \bar{t} \quad (4)$$

Th2: Nếu chọn T6: $T = \{T1, T6\}$ còn các ô chưa phủ là (2, 3)

Chọn ô 2 có 2 cách chọn là T3 hay T4

2.1. Nếu chọn T3: $T = \{T1, T6, T3\}$ còn các ô chưa phủ là (3)

Chọn ô 3 có 2 cách chọn là T2 hay T4.

2.1.1. Nếu chọn T2: $T = \{T1, T6, T3, T2\}$ đã phủ kín $Kar(f)$

$$f(x, y, z, t) = x \bar{z} + \bar{x} \bar{y} \bar{t} + x \bar{y} t + \bar{x} \bar{y} z \quad (5)$$

2.1.2. Nếu chọn T4: $T = \{T1, T6, T3, T4\}$ đã phủ kín $Kar(f)$

$$f(x, y, z, t) = x \bar{z} + \bar{x} \bar{y} \bar{t} + x \bar{y} t + \bar{y} z t \quad (6)$$

2.2. Nếu chọn T4: $T = \{T1, T6, T4\}$ đã phủ kín $Kar(f)$

$$f(x, y, z, t) = x \bar{z} + \bar{x} \bar{y} \bar{t} + \bar{y} z t \quad (7)$$

Vậy ta có 7 công thức sau:

$$f(x, y, z, t) = x \bar{z} + \bar{x} \bar{y} z + x \bar{y} t + \bar{y} \bar{z} \bar{t} \quad (1)$$

$$f(x, y, z, t) = x \bar{z} + \bar{x} \bar{y} z + x \bar{y} t + \bar{x} \bar{y} \bar{t} \quad (2)$$

$$f(x, y, z, t) = x \bar{z} + \bar{x} \bar{y} z + \bar{y} z t + \bar{y} \bar{z} \bar{t} \quad (3)$$

$$f(x, y, z, t) = x \bar{z} + \bar{x} \bar{y} z + \bar{y} z t + \bar{x} \bar{y} \bar{t} \quad (4)$$

$$f(x, y, z, t) = x \bar{z} + \bar{x} \bar{y} \bar{t} + x \bar{y} t + \bar{x} \bar{y} z \quad (5)$$

$$f(x, y, z, t) = x \bar{z} + \bar{x} \bar{y} \bar{t} + x \bar{y} t + \bar{y} z t \quad (6)$$

$$f(x, y, z, t) = x \bar{z} + \bar{x} \bar{y} \bar{t} + \bar{y} z t \quad (7)$$

Rõ ràng, việc áp dụng cây nhị phân cho thuật toán tìm công thức đa thức tối thiểu bằng phương pháp biểu đồ Karnaugh, sẽ giúp cho việc chọn các tế bào một cách đơn giản, dễ quan sát trực quan hơn không gây rối cho người học. Tạo cho người học cảm thấy thuật toán tương đối dễ áp dụng và kiểm soát các trường hợp một cách trực quan, dễ quan sát thông qua hình dạng của cây nhị phân.

3. Kết luận

So sánh việc không áp dụng cây nhị phân với việc áp dụng cây nhị phân cụ thể ở bài toán trên, ta thấy nếu không dùng cây nhị phân thì sinh viên sẽ bị rối khi phân chia các trường hợp để chọn tiếp các ô chưa phủ, mà một khi đã bị rối thì sinh viên dễ làm sai, tạo cảm giác thuật toán khó áp dụng, không tự tin vào bản thân, từ đó dễ bỏ bê việc học, không thích học cũng như làm bài tập. Nhưng với việc phân chia chọn các trường hợp theo cây nhị phân, thì việc vận dụng trở nên đơn giản và trực quan hơn nhiều, dễ kiểm soát tất cả các trường hợp cũng như đánh giá kết quả cuối cùng để tìm ra công thức đa thức tối thiểu nhanh và

chính xác. Sinh viên cảm thấy thuật toán không khó và áp dụng dễ dàng, tạo cho sinh viên sự hứng thú trong học tập.

Đề tài được giảng viên áp dụng từ năm học 2014 – 2015 cho sinh viên khóa bậc đào tạo hệ Cao đẳng của khoa Công nghệ thông tin.

Kết quả đạt được khi vận dụng sáng kiến kinh nghiệm: tỉ lệ sinh viên có kết quả đạt của môn học được nâng lên. Thống kê 3 lớp qua 3 năm học như sau (với năm học 2013 – 2014 là chưa áp dụng sáng kiến kinh nghiệm)

Năm học	Lớp	Tổng số sinh viên	Số sinh viên đạt	Tỉ lệ
2013 - 2014	13CĐ-TP3	29	16	55.17 %
2014 - 2015	14CĐ-TP2	36	29	72.5 %
2015 - 2016	15CĐ –CNTT7	23	17	73.9 %

Qua kết quả đạt được của việc áp dụng đề tài vào học phần Toán rời rạc cho thấy đề tài có tính hiệu quả và áp dụng cao, giúp cho giáo viên truyền tải được nội dung của môn học một cách hiệu quả, giúp cho sinh viên tiếp thu bài nhanh chóng và đạt được mục tiêu của tiết học.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Giáo trình Toán rời rạc , khoa Công nghệ thông tin, trường Cao đẳng kỹ thuật Lý Tự Trọng Thành phố Hồ Chí Minh.
- [2] Giáo trình Cấu trúc dữ liệu, khoa Công nghệ thông tin, trường Cao đẳng kỹ thuật Lý Tự Trọng Thành phố Hồ Chí Minh.
- [3] TS. Trần Hạnh Nhi – TS. Dương Anh Đức, ***Nhập môn Cấu trúc dữ liệu và thuật toán***, Trường ĐH Khoa học Tự Nhiên, năm 2000